A Hold gravitációs terének ellipszoidi közelítése: a legjobban forgási ellipszoid paramétereinek geofizikai megbecslése

ELTE EÖTVÖS LORÁND TUDOMÁNYEGYETEM

ELTE Geofizikai és Űrtudományi Tanszék
2022

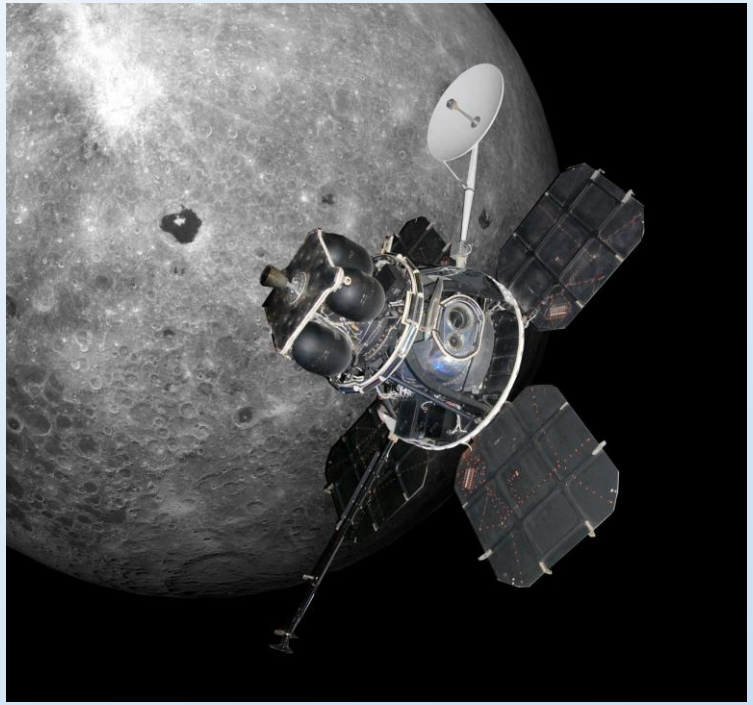
Geofizikus TDK konferencia, 2022.11.30

Előadó: Cziráki Kamilla,

másodéves földtudományi alapszakos (geofizika specializáció) hallgató

Témavezető: Dr. Timár Gábor tanszékvezető egyetemi tanár

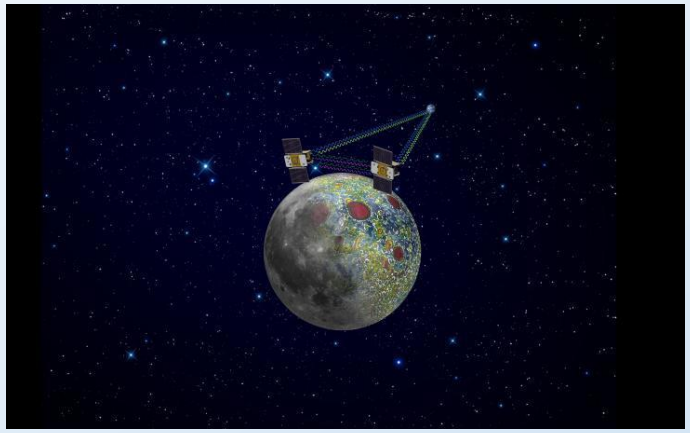
A Hold gravitációs kutatásának eseményei



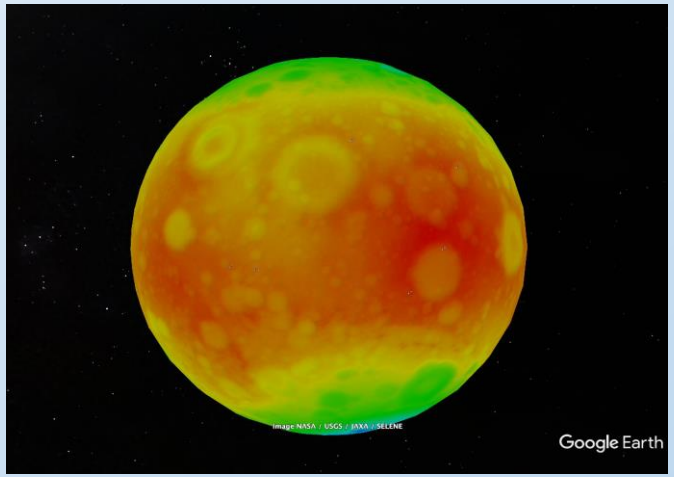
Forrás: https://solarsystem.nasa.gov/missions/lunar-orbiter-1/in-depth/

- 1960-as évektől kezdve vannak kutatások
- Eredmény: nagy pozitív anomáliák: masconok (*Muller & Sjorgen 1968*)
- Az Apollo 17 leszállása során mértek holdi nehézségi gyorsulást a felszínen
  - Taurus Littrow-nál a $g = 162\,694.5 \pm 5$ mGal (*Talwani 2003*)
- 2012-ben: 1.5 km—es felbontású nehézségi gyorsulás térkép a Holdról
  - LOLA, SELENE adatai alapján (*Hirt & Featherstone 2012*)

A Hold alakjának meghatározása



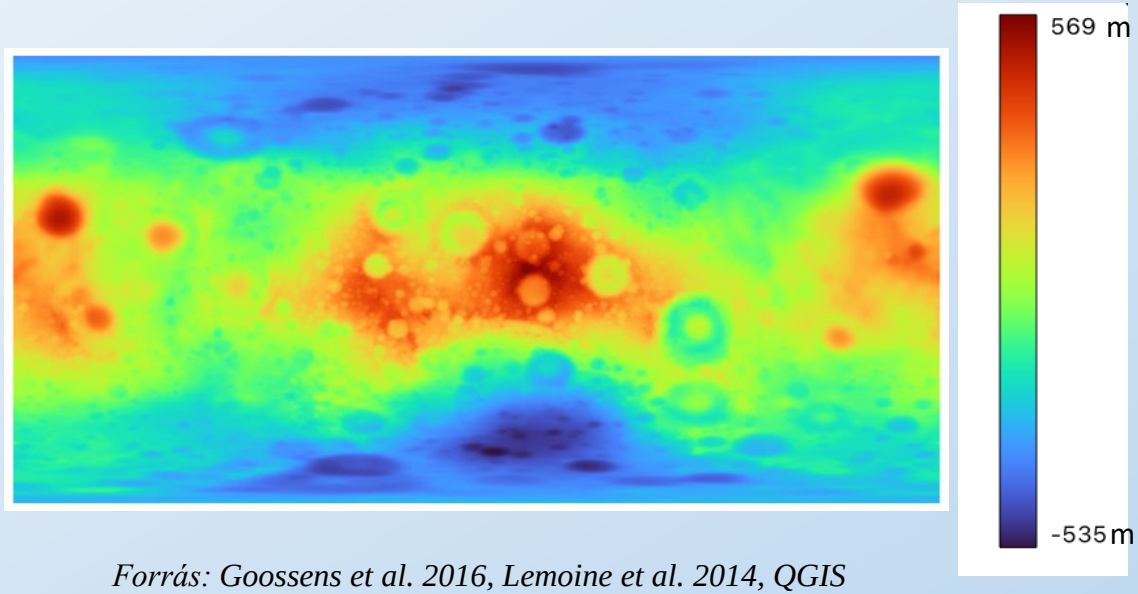
Forrás: https://solarsystem.nasa.gov/missions/grail/in-depth/



Forrás: Goossens et al. 2016, Lemoine et al. 2014, Google Earth

- A Hold alakja potenciálelméleti alapon határozható meg
  - Neve: **szelenoid**
- Úgy határozták meg, hogy nagyjából ”középen” legyen
  - Értéke: $W = 2\,821\,713.3\ \mathrm{m^2 \cdot s^{-2}}$ (*Martinec & Pěč 1988*)
- Ennek minél pontosabb meghatározása: űrszondákkal
  - **Clementine**: 70 fok és rend (*Lemoine et al. 1997*).
  - **Lunar Prospector**: 180 fok és rend (*Konopliv et al. 2001*)
  - **GRAIL**: 1200 fok és rend (*Goossens et al. 2016, Lemoine et al. 2014*)
  - **Chang’e 5T1**: 180 fok és rend (*Yan et al. 2020*)

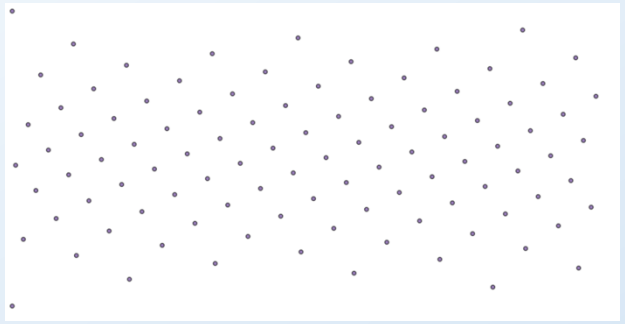
Referenciafelület a Holdon

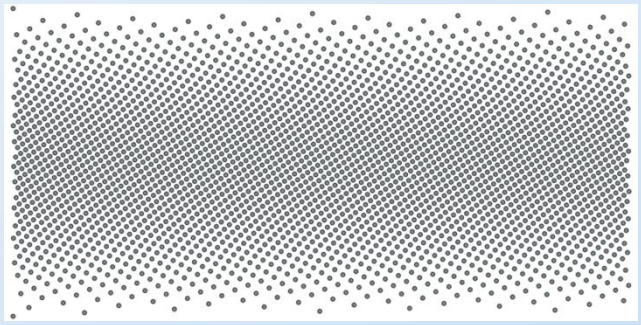


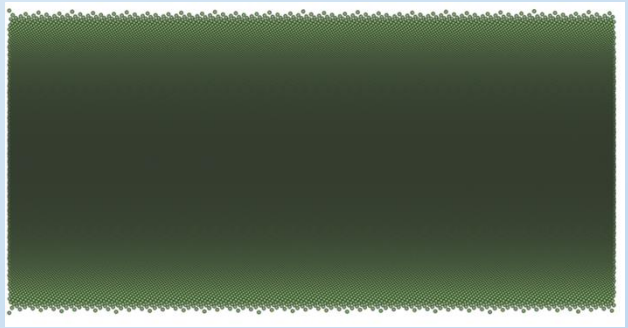
Forrás: Goossens et al. 2016, Lemoine et al. 2014, QGIS

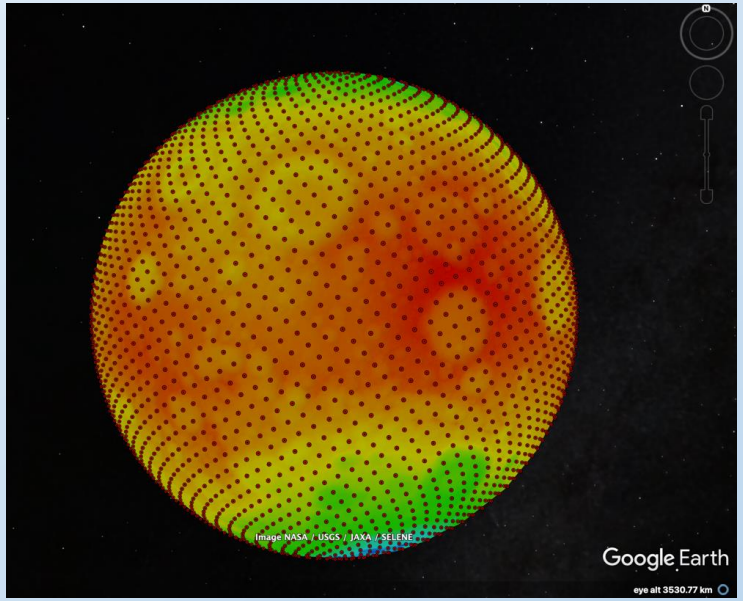
- A gyakorlatban nem a szelenoid az általánosan használt referenciafelület
- Ennek közelítései használatosak: egyszerűbben leírható testek
- **Gömbbel**: 1737.4 km sugár a legjobban illeszkedő
- Létezik **háromtengelyű ellipszoid**
- Kutatásom célja: **forgási ellipszoid** készítése

A szelenoid-modell mintavételezése









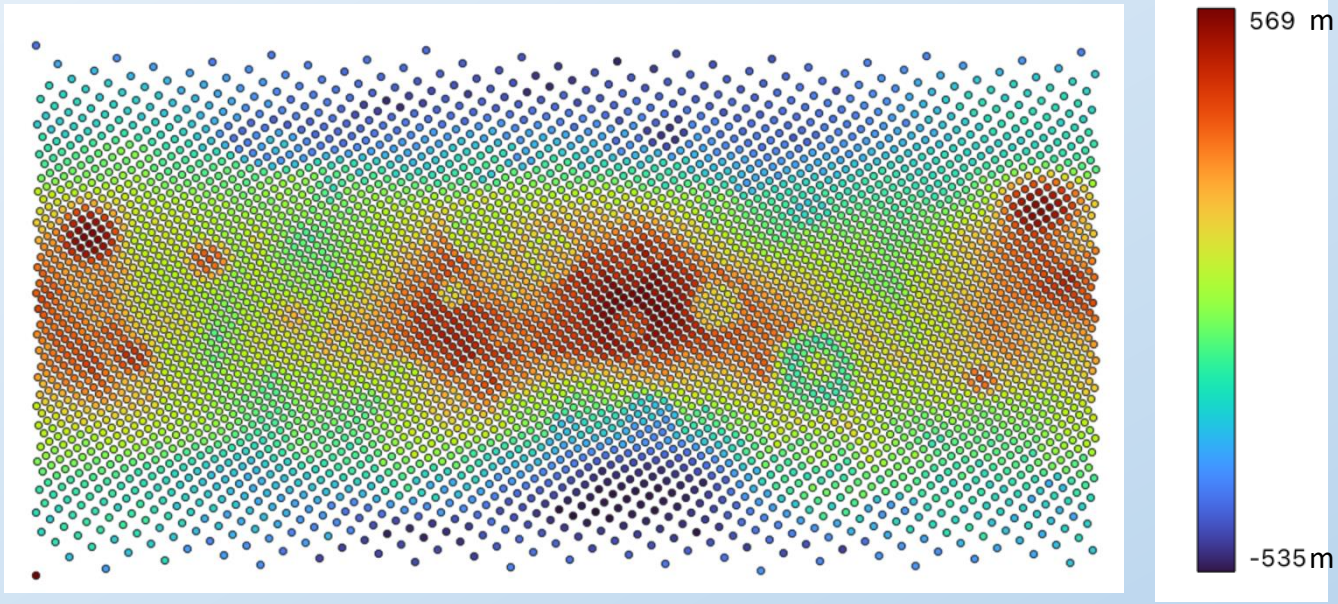
Forrás: Goossens et al. 2016, Lemoine et al. 2014, Google Earth

- Szelenoid-modell: GRGM1200A
- Cél: olyan ponthalmaz, melyben a pontok **egyenlő nagyságú terület**et reprezentálnak
- Megoldás: **Fibonacci-gömb**
  - A Fibonacci-spirál vetítése gömbre

Az ideális paraméterek kiszámítása

$$\sum_{i=1}^{N}\left(R\left(\phi,\left(Fibonacci(N)\right)\lambda\left(Fibonacci(N)\right)\right)_{szelenoid}-R\left(\phi,\left(Fibonacci(N)\right)\lambda\left(Fibonacci(N)\right)\right)_{ellipszoid(a,b)}\right)^2=min$$

1. egyenlet: A legjobban illeszkedő ellipszoid kiszámításának módszere N pontos Fibonacci-gömb esetén



Forrás: Goossens et al. 2016, Lemoine et al. 2014, QGIS

- A paraméterek kiszámítása: legkisebb négyzetes közelítéssel
- A pontokban vett **szelenoid-undulációk** kiszámításával az adott paraméterekre
- Több lépésben, 10 cm-es pontosságig

Eredmények

	Félnagytengely (m)	Félkistengely (m)	Lapultság
100 pont	1 737 576.5	1 737 047.6	0.000304
300 pont	1 737 577.3	1 737 046.4	0.000305
1000 pont	1 737 574.7	1 737 049.4	0.000302
3000 pont	1 737 576.7	1 737 047.0	0.000305
5000 pont	1 737 576.7	1 737 046.8	0.000305
10 000 pont	**1 737 576.6**	**1 737 046.8**	**0.000305**
100 000 pont	**1 737 576.6**	**1 737 046.8**	**0.000305**

1. táblázat: Az eredményül kapott félnagytengelyek, félkistengelyek és lapultságok a mintavételezési pontok száma alapján

- 7 különböző Fibonacci-gömbbel végeztem el a számítást
- Minél nagyobb a pontok száma, annál nagyobb a pontosság
  - **100 pont: 379 323 km^2-re 1 adat**
  - **100 000 pont: 379.323 km^2-re 1 adat**

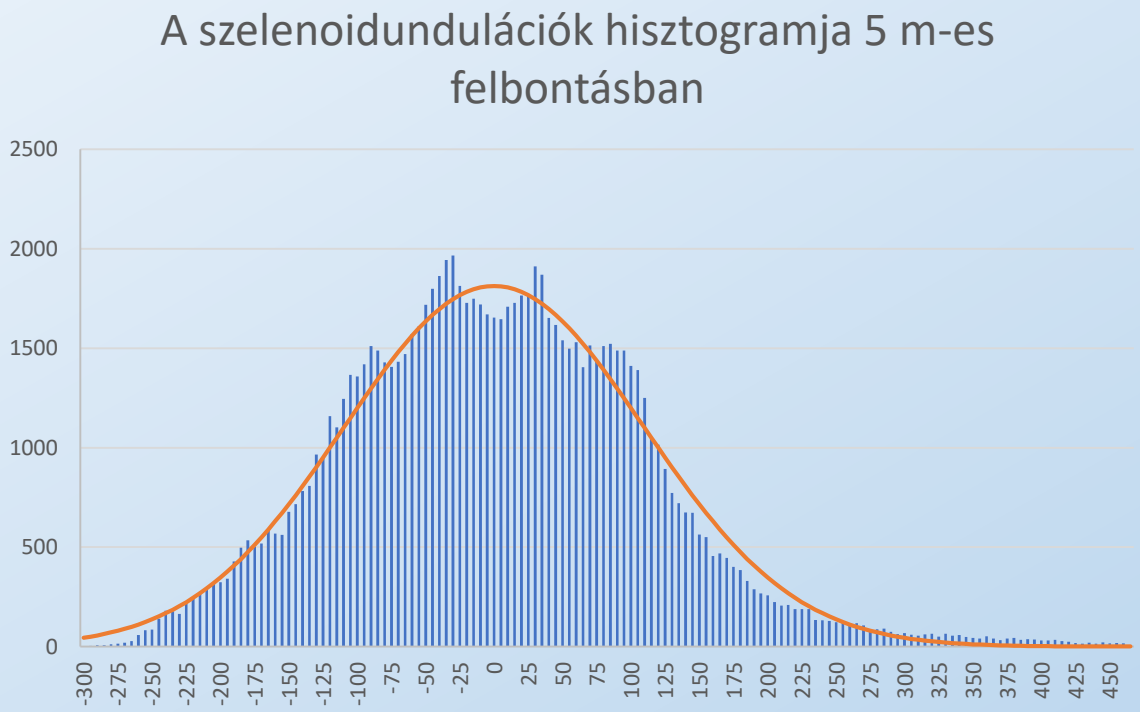
Korábbi modellekkel való összehasonlítás

	Gömb	CE-1-LAM-LEVEL	Általam meghatározott ellipszoid
a (m)	1 737 400	1 737 702.5	1 737 576.6
b (m)	1 737 400	1 737 563.8	1 737 576.6
c (m)	1 737 400	1 736 934	1 737 046.8

2. táblázat: Az eredményül kapott forgási ellipszoid összehasonlítása a gömbi, valamint a CE-1-LAM-LEVEL (Wang et al. 2010) referenciafelülettel

- A gömbtől 176.6 és 353.2 m-el tér el
  - **Lapultság 0.000305**: Földhöz képest kicsi
- A CE-1-LAM-LEVEL-től is tapasztalható eltérés
  - Másik szelenoidmodell alapján készült (Lunar Prospector és Chang'e 1)

A kapott ellipszoidon vett szelenoid-undulációk hisztogramja



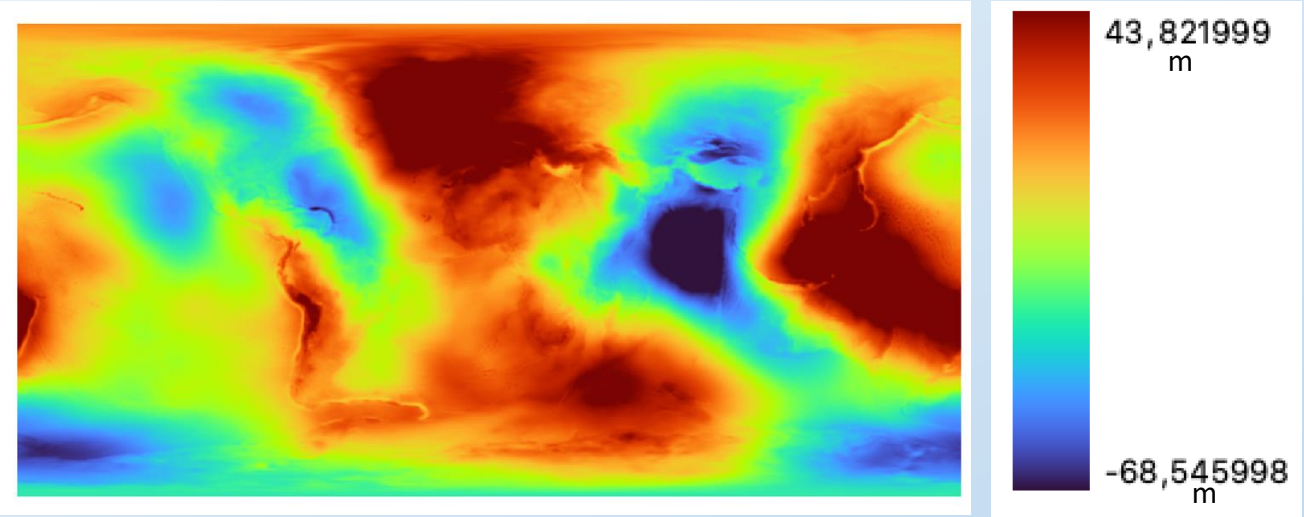
1. ábra: A 100 000 pontból álló Fibonacci-gömb pontjaiban vett szelenoidundulációk hisztogramja, és az arra illesztett normáleloszlás sűrűségfüggvénye

- A hisztogramra illesztett Gauss-görbe paraméterei:

  szórás: 110.18, várható érték: -0.0147

- Nagy eltéréseket mutat: jellemző a szelenoidra
  - Jelentős **gravitációs anomáliák** miatt „egyenetlen”
- Jóval nagyobb a maximum, mint a minimum

A módszer helyességének ellenőrzése: az ellipszoidi paraméterek kiszámítása a geoidra



Forrás: Lemoine et al. 1998, https://www.agisoft.com/downloads/geoids/*, QGIS*

- Ellenőrzésképp a földi ellipszoid számítását is elvégeztem
  - 100 000 pontos Fibonacci-gömbre
- Az **EGM96 geoid** *(Lemoine et al 1998)* alapján
- Várt eredmény: a **WGS84** (*DMA 1986*) forgási ellipszoid: 6 378 137.0 m és 6 356 752.3142 m
- Eredmény: 6 378 136.4 m és 6 356 751.7 m

Konklúzió

- A Hold alakjához (szelenoid) legjobban illeszkedő forgási ellipszoid illesztését végeztem
- Egyenlő területet képviselő pontokban vett minta alapján, a szelenoidundulációk négyzetösszegének minimalizálásával
- Eredmény (100 000 pontos Fibonacci-gömbre):

félnagytengely:1 737 576.6 m, félkistengely: 1 737 046.8 m, lapultság: 0.000305

- A szelenoid pl. a geoidnál sokkal jobban eltér ettől a felülettől: nagyobb anomáliák tapasztalhatóak
- A módszer a Földön is működött, a WGS84-től 60 cm-el eltérő eredményt adott

Felhasznált irodalom

Muller, P. M., Sjorgen, W. L. (1968): Mascons: lunar mass concentrations. Science 161: 680-684.

Talwani, M. (2003): The Apollo 17 gravity measurements on the Moon. The Leading Edge, 22(8): 786–789.

Hirt, C., Featherstone, W. E. (2012): A 1.5 km-resolution gravity field model of the Moon, Earth and Planetary Science Letters 329-330: 22-30.

Martinec, Z., Pěč, K. (1988): A determination of the parameters of the level surface of lunar gravity. Earth, Moon and Planets 43: 21-31.

Lemoine, F.G.R., Smith, D.E., Zuber, M.T., Neumann, G.A., and Rowlands, D.D (1997): A 70th degree lunar gravity model (GLGM-2) from Clementine and other tracking data. Journal of Geophysical Research 102(7): 16339-16359.

Konopliv, A.S., Asmar, S.W., Carranza, E., Sjogren, W.L. and Yuan, D.N. (2001): Recent Gravity Models as a Result of the Lunar Prospector Mission. Icarus 150(1): 1-18.

Yan, J., Liu, S., Xiao, C., Ye, M., Cao, J., Harada, Y., Li, F., Li, X., and Barriot, J. (2020): A degree-100 lunar gravity model from the Chang'e 5T1 mission. Astronomy & Astrophysics 636 (2020): A45

Goossens, S, Lemoine, F.G., Sabaka, T.J., Nicholas, J.B., Mazarico, E., Rowlands, D.D., Loomis, B.D., Chinn, D.S., Neumann, G.A., Smith, D.E and Zuber, M.T. (2016): A Global Degree and Order 1200 Model of the Lunar Gravity Field using GRAIL Mission Data. Lunar and Planetary Science Conference, Houston, TX, Abstract #1484

Lemoine, F.G., Goossens, S., Sabaka, T.J., Nicholas, J.B, Mazarico, E., Rowlands, D.D., Loomis, B.D., Chinn, D.S., Neumann, G.A., Smith, D.E.and Zuber, M.T (2014): GRGM900C: A degree 900 lunar gravity model from GRAIL primary and extended mission data. Geophysical Research Letters 41: 3382-3389.

DMA, Defense Mapping Agency (1986): Department of Defense World Geodetic System 1984 – Its Definition and Relationships With Local Geodetic Systems. Technical Report 8350.2. St. Louis, Missouri, USA.

Lemoine, F. G., Kenyon, S. C., Factor, J. K., Trimmer, R. G., Pavlis, N. K., Chinn, D. S:, Cox, C. M., Klosko, S. M., Luthcke, S. B., Torrence, M. H., Wang, Y. M., Williamson, R. G., Pavlis, E. C., Rapp, R. H., Olson, T. R. (1998): The development of the joint NASA GSFC and NIMA geopotential model EGM96. NASA/TP-1998-206861, NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt, MD USA, 575 p.

Köszönöm a figyelmet!