

A Hold gravitációs terének ellipszoidi közelítése: a legjobban forgási ellipszoid paramétereinek geofizikai megbecslése

Geofizikus TDK konferencia, 2022.11.30

Előadó: Cziráki Kamilla,

másodéves földtudományi alapszakos (geofizika specializáció) hallgató

Témavezető: Dr. Timár Gábor tanszékvezető egyetemi tanár



**NEMZETI KUTATÁSI, FEJLESZTÉSI
ÉS INNOVÁCIÓS HIVATAL**



ELTE
EÖTVÖS LORÁND
TUDOMÁNYEGYETEM

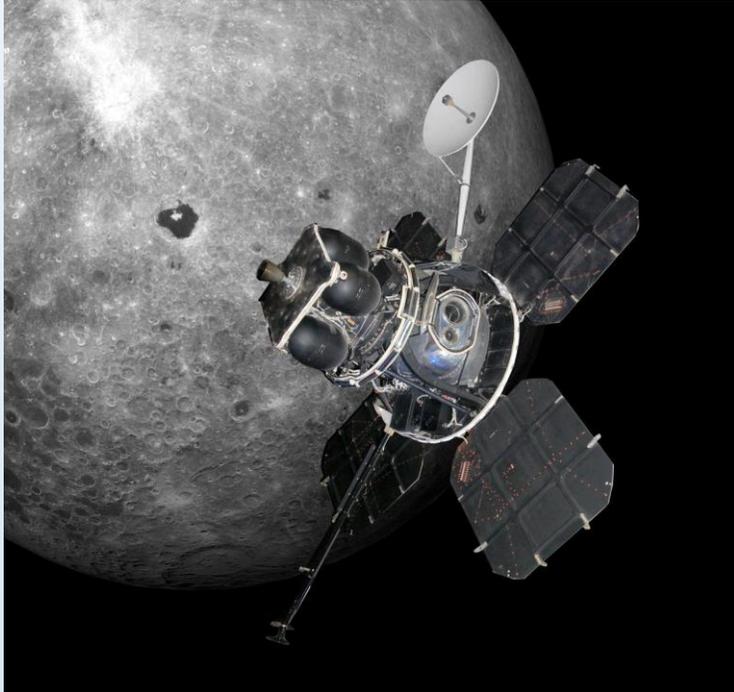
**ELTE Geofizikai és Űrtudományi Tanszék
2022**



**Új Nemzeti
Kiválóság Program**

„A Kulturális és Innovációs Minisztérium ÚNKP-22-6 kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programjának a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból finanszírozott szakmai támogatásával készült.”

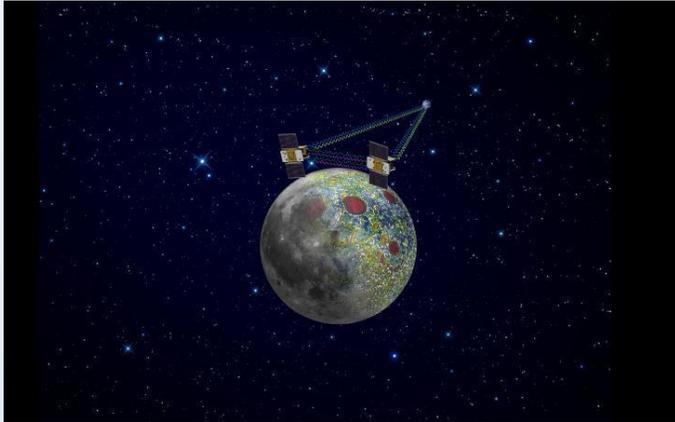
A Hold gravitációs kutatásának eseményei



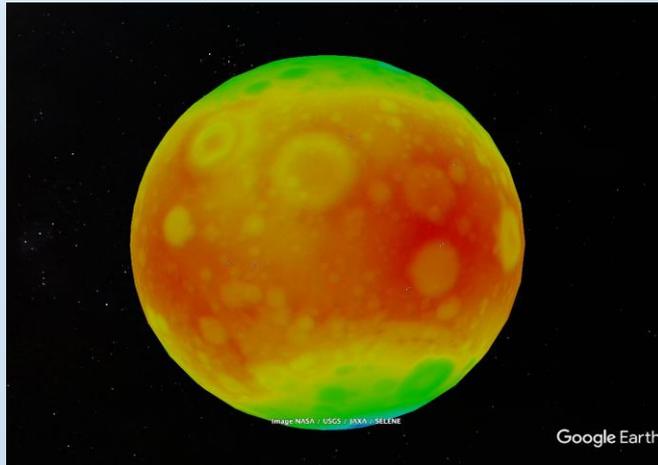
- 1960-as évektől kezdve vannak kutatások
- Eredmény: nagy pozitív anomáliák: masconok (*Muller & Sjorgen 1968*)
- Az Apollo 17 leszállása során mértek holdi nehézségi gyorsulást a felszínen
 - Taurus Littrow-nál a $g = 162\,694.5 \pm 5$ mGal (*Talwani 2003*)
- 2012-ben: 1.5 km—es felbontású nehézségi gyorsulás térkép a Holdról
 - LOLA, SELENE adatai alapján (*Hirt & Featherstone 2012*)

Forrás: <https://solarsystem.nasa.gov/missions/lunar-orbiter-1/in-depth/>

A Hold alakjának meghatározása



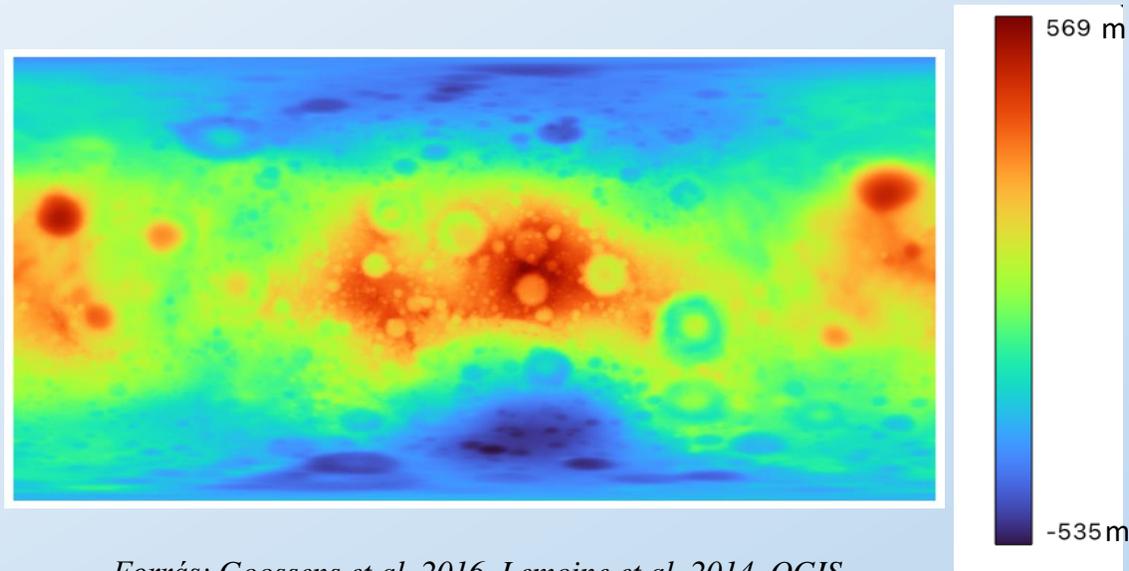
Forrás: <https://solarsystem.nasa.gov/missions/grail/in-depth/>



Forrás: Goossens et al. 2016, Lemoine et al. 2014, Google Earth

- A Hold alakja potenciáleméleti alapon határozható meg
 - Neve: **szelenoid**
- Úgy határozták meg, hogy nagyjából ”középen” legyen
 - Értéke: $W = 2\,821\,713.3 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$ (Martinec & Pěč 1988)
- Ennek minél pontosabb meghatározása: űrszondákkal
 - **Clementine**: 70 fok és rend (Lemoine et al. 1997).
 - **Lunar Prospector**: 180 fok és rend (Konopliv et al. 2001)
 - **GRAIL**: 1200 fok és rend (Goossens et al. 2016, Lemoine et al. 2014)
 - **Chang’e 5T1**: 180 fok és rend (Yan et al. 2020)

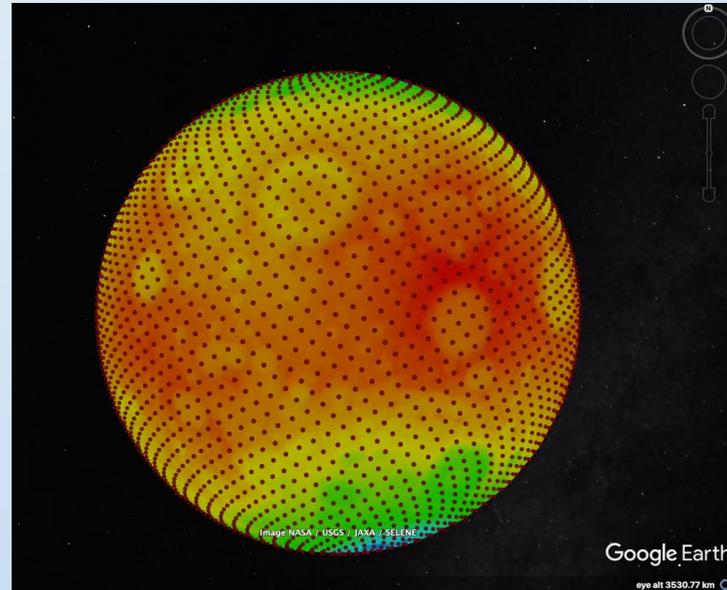
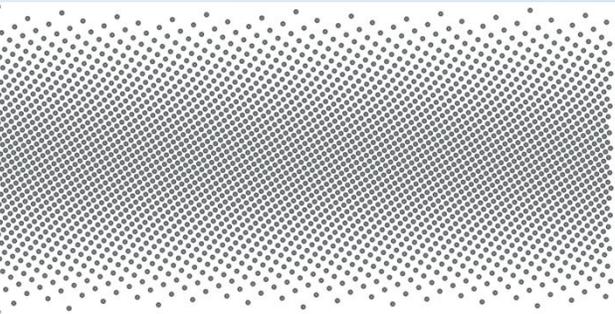
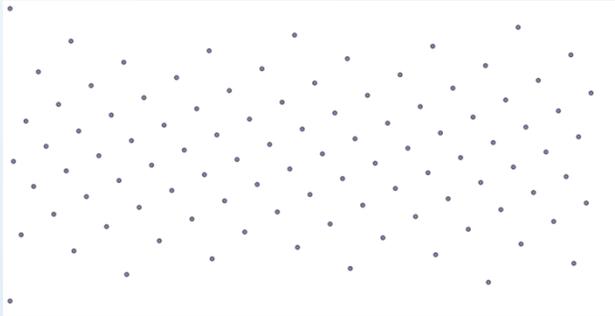
Referenciafelület a Holdon



Forrás: Goossens et al. 2016, Lemoine et al. 2014, QGIS

- A gyakorlatban nem a szelenoid az általánosan használt referenciafelület
- Ennek közelítései használatosak: egyszerűbben leírható testek
- **Gömbbel:** 1737.4 km sugár a legjobban illeszkedő
- Létezik **háromtengelyű ellipszoid**
- Kutatásom célja: **forgási ellipszoid** készítése

A szelenoid-modell mintavételezése



Forrás: Goossens et al. 2016, Lemoine et al. 2014, Google Earth

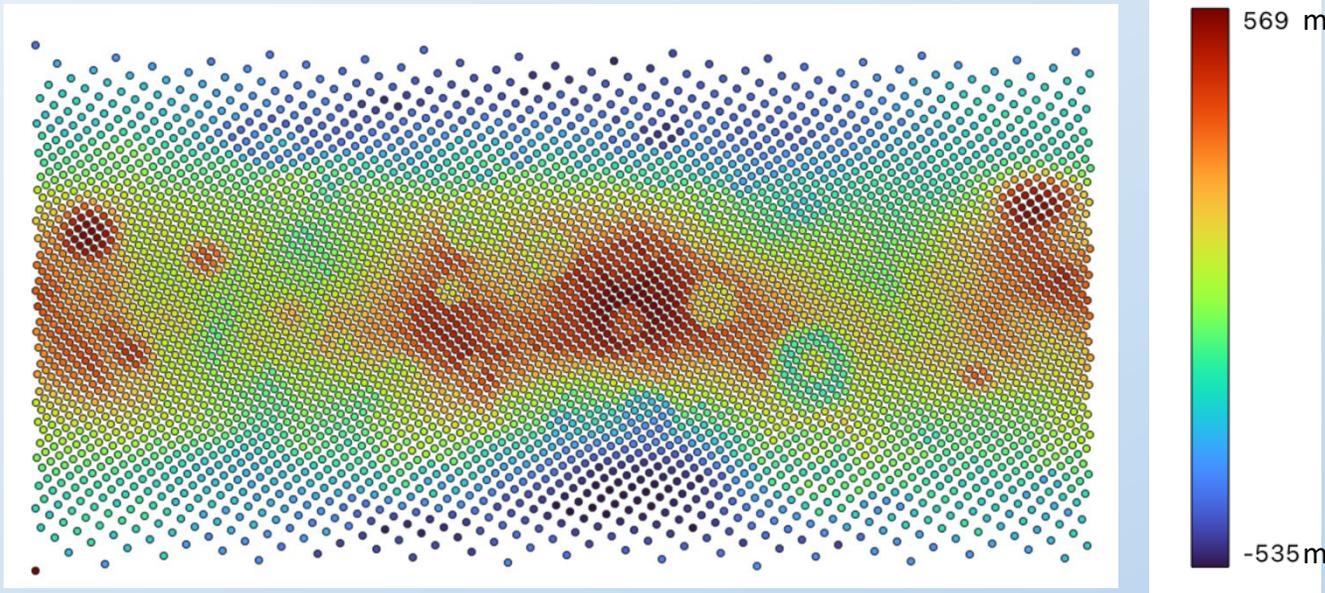
- Szelenoid-modell: GRGM1200A
- Cél: olyan ponthalmaz, melyben a pontok **egyenlő nagyságú területet** reprezentálnak
- Megoldás: **Fibonacci-gömb**
 - A Fibonacci-spirál vetítése gömbre

Cziráki Kamilla: A Hold gravitációs terének ellipszoidi közelítése

Az ideális paraméterek kiszámítása

$$\sum_{i=1}^N \left(R(\phi, (\text{Fibonacci}(N))\lambda(\text{Fibonacci}(N)))_{\text{szelenoid}} - R(\phi, (\text{Fibonacci}(N))\lambda(\text{Fibonacci}(N)))_{\text{ellipszoid}(a,b)} \right)^2 = \min$$

1. egyenlet: A legjobban illeszkedő ellipszoid kiszámításának módszere N pontos Fibonacci-gömb esetén



Forrás: Goossens et al. 2016, Lemoine et al. 2014, QGIS

- A paraméterek kiszámítása: legkisebb négyzetes közelítéssel
- A pontokban vett **szelenoid-undulációk** kiszámításával az adott paraméterekre
- Több lépésben, 10 cm-es pontosságig

Eredmények

| | Félnagy tengely (m) | Félkis tengely (m) | Lapultság |
|---------------------|---------------------|--------------------|-----------------|
| 100 pont | 1 737 576.5 | 1 737 047.6 | 0.000304 |
| 300 pont | 1 737 577.3 | 1 737 046.4 | 0.000305 |
| 1000 pont | 1 737 574.7 | 1 737 049.4 | 0.000302 |
| 3000 pont | 1 737 576.7 | 1 737 047.0 | 0.000305 |
| 5000 pont | 1 737 576.7 | 1 737 046.8 | 0.000305 |
| 10 000 pont | 1 737 576.6 | 1 737 046.8 | 0.000305 |
| 100 000 pont | 1 737 576.6 | 1 737 046.8 | 0.000305 |

1. táblázat: Az eredményül kapott félnagy tengelyek, félkis tengelyek és lapultságok a mintavételezési pontok száma alapján

- 7 különböző Fibonacci-gömbbel végeztem el a számítást
- Minél nagyobb a pontok száma, annál nagyobb a pontosság
 - **100 pont: 379 323 km²-re 1 adat**
 - **100 000 pont: 379.323 km²-re 1 adat**

Korábbi modellekkel való összehasonlítás

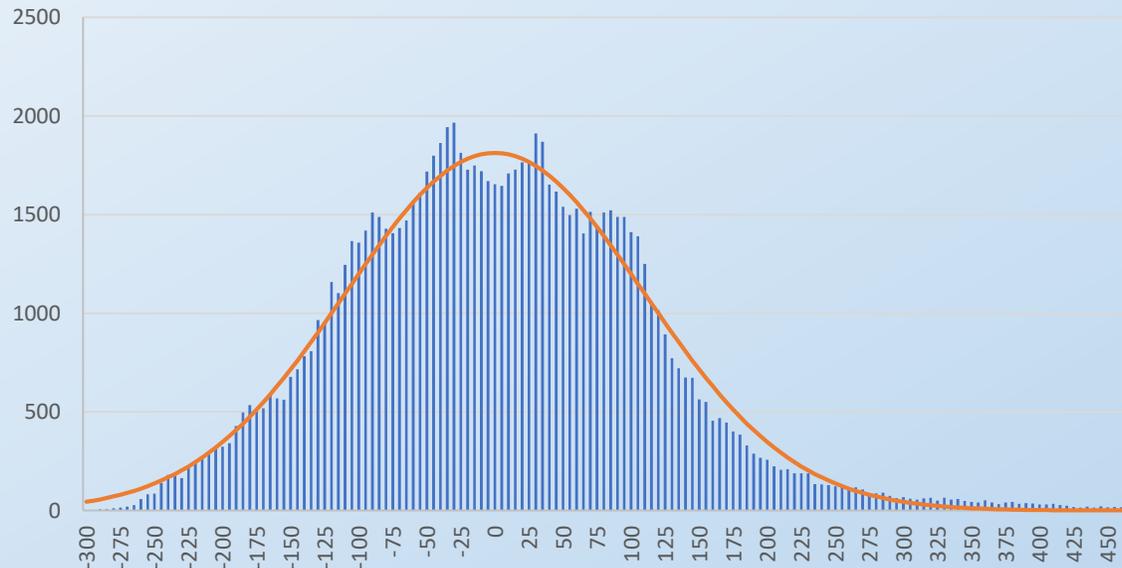
| | Gömb | CE-1-LAM-LEVEL | Általam meghatározott ellipszoid |
|--------------|-----------|----------------|----------------------------------|
| a (m) | 1 737 400 | 1 737 702.5 | 1 737 576.6 |
| b (m) | 1 737 400 | 1 737 563.8 | 1 737 576.6 |
| c (m) | 1 737 400 | 1 736 934 | 1 737 046.8 |

- A gömbtől 176.6 és 353.2 m-el tér el
 - **Lapultság 0.000305:** Földhöz képest kicsi
- A CE-1-LAM-LEVEL-től is tapasztalható eltérés
 - Másik szelenoidmodell alapján készült (Lunar Prospector és Chang'e 1)

2. táblázat: Az eredményül kapott forgási ellipszoid összehasonlítása a gömbi, valamint a CE-1-LAM-LEVEL (Wang et al. 2010) referenciafelülettel

A kapott ellipszoidon vett szelenoid- undulációk hisztogramja

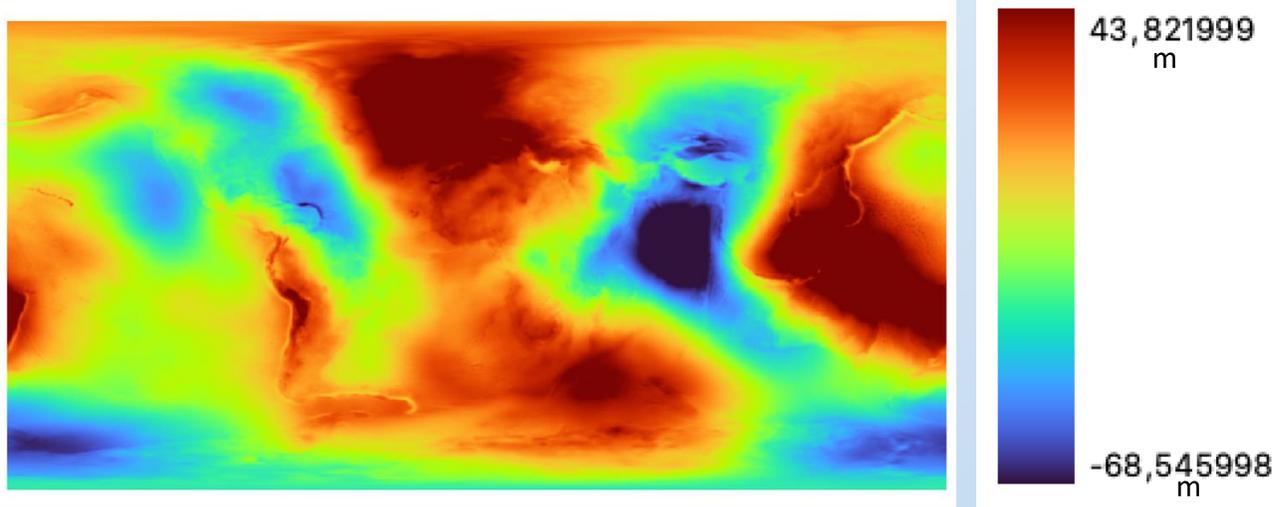
A szelenoidundulációk hisztogramja 5 m-es
felbontásban



1. ábra: A 100 000 pontból álló Fibonacci-gömb pontjaiban vett szelenoidundulációk hisztogramja, és az arra illesztett normáloszlás sűrűségfüggvénye

- A hisztogramra illesztett Gauss-görbe paramétereit: **szórás: 110.18, várható érték: -0.0147**
- Nagy eltéréseket mutat: jellemző a szelenoidra
 - Jelentős **gravitációs anomáliák** miatt „egyenetlen”
- Jóval nagyobb a maximum, mint a minimum

A módszer helyességének ellenőrzése: az ellipszoidi paraméterek kiszámítása a geoidra



Forrás: Lemoine et al. 1998, <https://www.agisoft.com/downloads/geoids/>, QGIS

- Ellenőrzésképp a földi ellipszoid számítását is elvégeztem
 - 100 000 pontos Fibonacci-gömbre
- Az **EGM96 geoid** (*Lemoine et al 1998*) alapján
- Várt eredmény: a **WGS84** (*DMA 1986*) forgási ellipszoid: 6 378 137.0 m és 6 356 752.3142 m
- Eredmény: 6 378 136.4 m és 6 356 751.7 m

Konklúzió

- A Hold alakjához (szelenoid) legjobban illeszkedő forgási ellipszoid illesztését végeztem
- Egyenlő területet képviselő pontokban vett minta alapján, a szelenoidundulációk négyzetösszegének minimalizálásával
- Eredmény (100 000 pontos Fibonacci-gömbre):
félnagy tengely: 1 737 576.6 m, félkistengely: 1 737 046.8 m, lapultság: 0.000305
- A szelenoid pl. a geoidnál sokkal jobban eltér ettől a felülettől: nagyobb anomáliák tapasztalhatóak
- A módszer a Földön is működött, a WGS84-től 60 cm-el eltérő eredményt adott

Felhasznált irodalom

- Muller, P. M., Sjorgen, W. L. (1968): Mascons: lunar mass concentrations. *Science* 161: 680-684.
- Talwani, M. (2003): The Apollo 17 gravity measurements on the Moon. *The Leading Edge*, 22(8): 786–789.
- Hirt, C., Featherstone, W. E. (2012): A 1.5 km-resolution gravity field model of the Moon, *Earth and Planetary Science Letters* 329-330: 22-30.
- Martinec, Z., Pěč, K. (1988): A determination of the parameters of the level surface of lunar gravity. *Earth, Moon and Planets* 43: 21-31.
- Lemoine, F.G.R., Smith, D.E., Zuber, M.T., Neumann, G.A., and Rowlands, D.D (1997): A 70th degree lunar gravity model (GLGM-2) from Clementine and other tracking data. *Journal of Geophysical Research* 102(7): 16339-16359.
- Konopliv, A.S., Asmar, S.W., Carranza, E., Sjogren, W.L. and Yuan, D.N. (2001): Recent Gravity Models as a Result of the Lunar Prospector Mission. *Icarus* 150(1): 1-18.
- Yan, J., Liu, S., Xiao, C., Ye, M., Cao, J., Harada, Y., Li, F., Li, X., and Barriot, J. (2020): A degree-100 lunar gravity model from the Chang’e 5T1 mission. *Astronomy & Astrophysics* 636 (2020): A45
- Goossens, S, Lemoine, F.G., Sabaka, T.J., Nicholas, J.B., Mazarico, E., Rowlands, D.D., Loomis, B.D., Chinn, D.S., Neumann, G.A., Smith, D.E and Zuber, M.T. (2016): A Global Degree and Order 1200 Model of the Lunar Gravity Field using GRAIL Mission Data. *Lunar and Planetary Science Conference*, Houston, TX, Abstract #1484
- Lemoine, F.G., Goossens, S., Sabaka, T.J., Nicholas, J.B, Mazarico, E., Rowlands, D.D., Loomis, B.D., Chinn, D.S., Neumann, G.A., Smith, D.E.and Zuber, M.T (2014): GRGM900C: A degree 900 lunar gravity model from GRAIL primary and extended mission data. *Geophysical Research Letters* 41: 3382-3389.
- DMA, Defense Mapping Agency (1986): Department of Defense World Geodetic System 1984 – Its Definition and Relationships With Local Geodetic Systems. Technical Report 8350.2. St. Louis, Missouri, USA.
- Lemoine, F. G., Kenyon, S. C., Factor, J. K., Trimmer, R. G., Pavlis, N. K., Chinn, D. S., Cox, C. M., Klosko, S. M., Luthcke, S. B., Torrence, M. H., Wang, Y. M., Williamson, R. G., Pavlis, E. C., Rapp, R. H., Olson, T. R. (1998): The development of the joint NASA GSFC and NIMA geopotential model EGM96. NASA/TP-1998-206861, NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt, MD USA, 575 p.

Köszönöm a figyelmet!